

Bài 1. (1,5 điểm). a) Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\sqrt{9^2}; \sqrt[3]{125}; \sqrt{4} + 5\sqrt[3]{-8} - \sqrt{0,04}.$$

b) So sánh 4 và $\sqrt{17}$.

Bài 2. (1,5 điểm). Học sinh chọn làm một trong hai câu (câu 1 hoặc câu 2).

Câu 1: Cho biểu thức $A = \frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ ($x \geq 0, x \neq 4$).

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm các giá trị của x để $A \geq \frac{1}{2}$.

Câu 2: Giải các phương trình sau:

a) $(x-2)^2 - 5x(2-x) = 0$; b) $\frac{x}{2-x} - \frac{x^2+7}{4-x^2} = \frac{1}{2+x}.$

Bài 3.

Câu 1. (1,5 điểm).

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 64m. Nếu tăng chiều dài thêm 2m và chiều rộng thêm 3m thì diện tích tăng thêm 88 m². Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó?

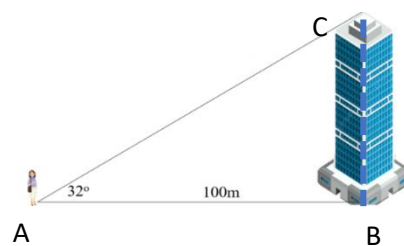
Câu 2. (1,0 điểm).

Trong một kì thi gồm ba môn Toán, Ngữ văn và Tiếng Anh. Điểm môn Toán và môn Ngữ văn tính theo hệ số 2, điểm môn Tiếng Anh tính theo hệ số 1. Để trúng tuyển, điểm số trung bình của ba môn ít nhất phải bằng 8. Bạn Linh đã đạt 9,0 điểm môn Toán và 7,5 điểm môn Ngữ văn. Hãy tìm điểm số tối thiểu môn Tiếng Anh mà bạn Linh phải đạt để trúng tuyển?

Bài 4.

Câu 1: (0,5 điểm).

Một tòa nhà có bóng trên mặt đất dài 100 m, biết rằng góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 32°. (hình vẽ: $\triangle ABC$ vuông tại B). Hỏi tòa nhà cao bao nhiêu m (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Câu 2. (0,5 điểm).

Cho $a > b$, chứng minh: $3a + 2024 > 3b + 2024$.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ lấy điểm I nằm ngoài đường tròn sao cho $OI = 2R$. Từ điểm I vẽ hai tiếp tuyến IA, IB của đường tròn (A, B là các tiếp điểm).

- Các tam giác OIA và OIB là tam giác gì? Vì sao?
Chứng minh bốn điểm A, I, B, O cùng thuộc một đường tròn.
- Tính OIA . Chứng minh $\triangle IAB$ là tam giác đều.
- Tia BO cắt IA tại điểm K và cắt đường tròn tại điểm H .
Chứng minh $AK \cdot OK = HK \cdot IK$.

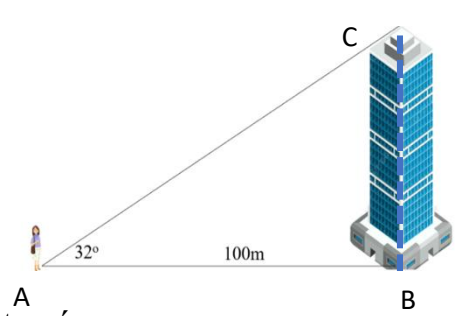
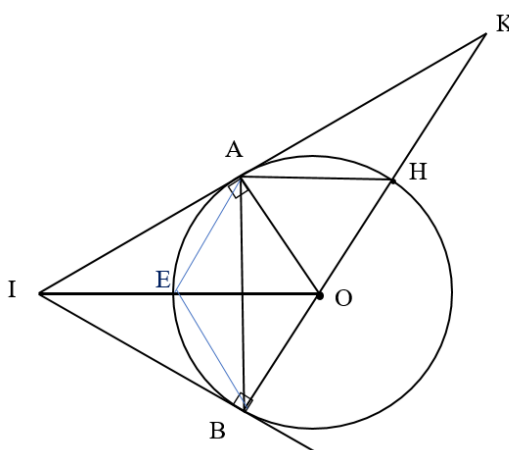
Bài 6. (0,5 điểm). Cho $x + y > 1$, chứng minh $x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 1 a	Câu 1 (1,5điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau: $\sqrt{9^2} = 9, \sqrt[3]{125} = 5$	0,5
	$\sqrt{4} + 5\sqrt[3]{-8} + \sqrt{0,04}$ $= 2 + 5 \cdot (-2) + 0,2 = 2 - 10 + 0,2 = -7,8$	0,5
Bài 1 b	$4 = \sqrt{16} < \sqrt{17}$	0,5
Bài 2 Câu 1 a	$A = \frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ $= \frac{2-\sqrt{x}}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})} + \frac{2+\sqrt{x}}{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ $= \frac{4}{4-x} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x} = \frac{2(2-\sqrt{x})}{4-x} = \frac{2}{2+\sqrt{x}}$ vậy $A = \frac{2}{2+\sqrt{x}}$	0,25 0,5 0,25
Câu 1 b	$A = \frac{2}{2+\sqrt{x}}$ $A \geq \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \frac{2}{2+\sqrt{x}} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{2+\sqrt{x}} - \frac{1}{2} \geq 0$ $\Rightarrow \frac{4-2-\sqrt{x}}{2(2+\sqrt{x})} \geq 0 \Rightarrow 2-\sqrt{x} \geq 0$ $\Rightarrow \sqrt{x} \leq 2 \Rightarrow x \leq 4.$ Kết hợp điều kiện, ta được: $0 \leq x < 4.$	0,25 0,25
Câu 2 a	$(x-2)^2 - 5x(2-x) = 0$ $(x-2)^2 + 5x(x-2) = 0$ $(x-2)(x-2+5x) = 0$ $(x-2)(6x-2) = 0$ + Trường hợp 1:	0,25

	$x - 2 = 0$ $x = 2$ + Trường hợp 2: $6x - 2 = 0$ $6x = 2$ $x = \frac{1}{3}$ Vậy pt trên có 2 nghiệm $x = 1; x = 1/3$	0,25 0,25
Câu 2 b	$\frac{x}{2-x} - \frac{x^2+7}{4-x^2} = \frac{1}{2+x} \quad \text{ĐKXĐ: } x \neq 2; x \neq -2$ $\frac{x}{2-x} - \frac{x^2+7}{4-x^2} = \frac{1}{2+x}$ $\frac{x(x+2)}{4-x^2} - \frac{x^2+7}{4-x^2} = \frac{2-x}{4-x^2}$ $x^2 + 2x - x^2 - 7 = 2 - x$ $3x = 9$ $x = 3 \text{ (t/m)}$ Vậy pt trên có nghiệm $x = 3$.	0.25 0,25 0,25
Bài 3 Câu 1	Gọi chiều dài và chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật lần lượt là $x(m)$ và $y(m)$; $x, y > 0$ Chu vi mảnh vườn là 64 m nên ta có: $2(x + y) = 64$ hay $2x + 2y = 64 \quad (1)$ Nếu tăng chiều dài thêm 2m, chiều rộng thêm 3m thì diện tích tăng 88 m^2 nên ta có: $(x + 2)(y + 3) = xy + 88$ hay $3x + 2y = 82 \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta có hpt: $\begin{cases} 2x + 2y = 64 \\ 3x + 2y = 82 \end{cases}$ Giải hpt ta được: $x = 18 \text{ (TMĐK)}; y = 14 \text{ (TMĐK)}$ Vậy chiều dài mảnh vườn là 18m, chiều rộng là 14m.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 2	Gọi x là số điểm Tiếng Anh mà bạn Linh có thể đạt được. (ĐK: $x \geq 0$) Hệ số môn Toán là 2, suy ra điểm môn Toán tính theo hệ số là: 2.9,0. Hệ số môn Ngữ Văn là 2, suy ra điểm môn Ngữ văn tính theo hệ số là: 2.7,5.	0,25

	Hệ số môn Tiếng Anh là 1, suy ra điểm môn Tiếng Anh tính theo hệ số là: $1.x$. Theo đề bài ta có: $\frac{(2.9 + 2.7,5) + x}{5} \geq 8$ $33 + x \geq 40$ $x \geq 7$ Suy ra $x = 7$ Vậy điểm môn Tiếng Anh tối thiểu mà Linh phải đạt để trúng tuyển là 7.	0,25 0,25 0,25
Câu 3	 Xét $\triangle ABC$ vuông góc tại B, ta có: $BC = AC \cdot \tan 32^\circ = 100 \cdot \tan 32^\circ = 62,5$ Vậy chiều cao của tòa nhà xấp xỉ 62,5 m.	0,5
Câu 2	Cho $a > b$, chứng minh: $3a + 2024 > 3b + 2024$. Vì $a > b \Rightarrow 3a > 3b \Rightarrow 3a + 2024 > 3b + 2024$	0,5
Bài 5		
	a)	

	+ Vì IA và IB là hai tiếp tuyến của $(O; R)$ nên IA vuông góc với OA, IB vuông góc với OB. Suy ra Tam giác OIA vuông tại A, tam giác OIB vuông tại B. + Lấy E là trung điểm của IO. Vì tam giác IAO vuông tại A và tam giác IBO vuông tại B, nên ta có: $EA = EB = EI = EO = \frac{1}{2} \cdot IO$ Vì vậy 4 điểm A, I, B, O cùng nằm trên một đường tròn tâm E b) Xét (O) có hai tiếp tuyến IA và IB cắt nhau tại I nên IA=IB suy ra tam giác IAB cân tại I (1) Xét tam giác IAO vuông tại A, ta có: $\sin OIA = \frac{1}{2}$ Nên góc OIA=30⁰. Mà IO là tia phân giác của góc AIB nên góc AIB=60⁰ (2) Từ (1) và (2) suy ra tam giác IAB đều. c) HS vẽ được hình và chứng minh được $AK \cdot OK = HK \cdot IK$ - Xét $\triangle AHB$ có trung tuyến AO ứng với cạnh huyền BH và $AO = \frac{1}{2} \cdot BH$ nên $\triangle AHB$ vuông tại H từ đó suy ra $AH \perp AB$ (3) - Vì OA=OB và IA=IB nên OI là đường trung trực của AB suy ra $IO \perp AB$ (4) Từ (3) và (4) suy ra AH//IO $\Rightarrow \frac{KA}{KI} = \frac{KH}{KO}$ $\Rightarrow KA \cdot KO = KH \cdot KI$	0, 5 0,25 0,25 0,5 0,5 0,5 0,5
Bài 6	Cho $x + y > 1$, chứng minh $x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$ Bình phương hai vế của bất $x + y > 1$, ta được : $x^2 + 2xy + y^2 > 1 \quad (1)$ Từ bất $(x - y)^2 \geq 0$, ta có: $x^2 - 2xy + y^2 > 1 \quad (2)$ Cộng từng vế của (1) và (2), ta được:	0,25

	$2x^2 + (2xy - 2xy) + 2y^2 > 1 + 0$ $2x^2 + 2y^2 > 1$ $2(x^2 + y^2) > 1$ $x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$ Ta có điều phải chứng minh .	0,25