

Bài I. (1,5 điểm) Giải các phương trình, bất phương trình sau:

a) $\sqrt{x} - 3 = 2$

b) $\sqrt{25x+50} + 3\sqrt{x+2} - \frac{2}{3}\sqrt{9x+18} = 12$

c) $\frac{x+3}{4} - \frac{3x-2}{6} < -1$

Bài II. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{x-\sqrt{x}+2}{x-4} + \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

3) Cho $P = B : A$. Tìm x là số nguyên lớn nhất để $P < 2$.

Bài III. (2,5 điểm)

Giải các bài toán sau bằng cách lập phương trình, hệ phương trình, bất phương trình.

1) Bà Minh dùng số tiền 5 tỉ để mua hai mảnh đất. Hai năm sau bà quyết định bán hai mảnh đất đó và được tổng số tiền lãi là 1 tỉ 100 triệu. Mảnh đất thứ nhất bà lãi 20% so với lúc mua, mảnh đất thứ hai bà lãi 25% so với lúc mua. Tính số tiền bà Minh bỏ ra mua mỗi mảnh đất trên?

2) Bạn Mai làm một bài thi Toán gồm 30 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu đúng được cộng 4 điểm, mỗi câu sai bị trừ 1 điểm, câu nào không làm thì không bị trừ cũng không được cộng điểm. Bạn Mai đã làm 25 câu và đạt hơn 82 điểm. Hãy cho biết bạn Mai cần trả lời ít nhất bao nhiêu câu hỏi đúng để đạt số điểm như trên?

Bài IV. (3,5 điểm)

1) Một bồn hoa trong công viên có dạng hình vành khăn (tô đậm như hình vẽ) người ta muốn trồng hoa bên trong phần tô đậm. Tính diện tích phần trồng hoa, biết rằng bán kính đường tròn lớn là 12m và bán kính đường tròn nhỏ là 10m.

2) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M ($OM > R$). Vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Nối OM cắt đoạn thẳng AB tại điểm H.

a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

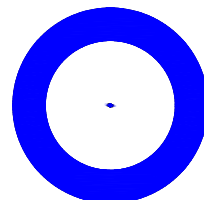
b) Chứng minh $OM \perp AB$ và $OH \cdot OM = R^2$.

c) Vẽ đường kính AC của đường tròn (O) , đường thẳng vuông góc với AC tại O lần lượt cắt các đường thẳng BC và MB theo thứ tự tại các điểm K và N. Hai đường thẳng MK và OB cắt nhau tại điểm Q. Chứng minh $QN \perp MO$.

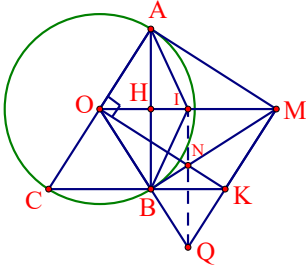
Bài V. (0,5 điểm) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy móc có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ (người này sẽ giám sát tất cả các máy hoạt động). Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí sản xuất là thấp nhất?

-----HẾT-----

(Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm)



BÀI	Ý	Nội dung	Điểm
1 1,5đ	a	a) $\sqrt{x} - 3 = 2 \quad (x \geq 0)$ x = 25 (tm) vậy x = 25 thì TMĐB	0,5
	b	b) $\sqrt{25x+50} + 3\sqrt{x+2} - \frac{2}{3}\sqrt{9x+18} = 12 \quad (x \geq -2)$ $\sqrt{25(x+2)} + 3\sqrt{x+2} - \frac{2}{3}\sqrt{9(x+2)} = 12$ $5\sqrt{x+2} + 3\sqrt{x+2} - \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{x+2} = 12$ $6\sqrt{x+2} = 12$ $\sqrt{x+2} = 2$ $x+2 = 4$ $x = 2(tm)$ Vậy x = 2 thì TMĐB	0,5
	c	$\frac{x+3}{4} - \frac{3x-2}{6} < -1$ $\frac{3(x+3)}{12} - \frac{2(3x-2)}{12} < -\frac{12}{12}$ $3x+9-6x+4+12 < 0$ $-3x < -25$ $x > \frac{25}{3}$ Vậy $x > \frac{25}{3}$ thì TMĐB	0,5
II 2đ	1	1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$. Với $x = 25$ (TM) ($x \geq 0; x \neq 9$) ta thay vào $A = \frac{\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{25}}{3\sqrt{25}+1} = \frac{5}{16}$ Vậy $x = 25$ thì $A = \frac{5}{16}$	0,25 0,25
	2	Rút gọn biểu thức B, Với $x \geq 0; x \neq 9$, ta có: $B = \frac{x-\sqrt{x}+2}{x-4} + \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} = \frac{x-\sqrt{x}+2+2(\sqrt{x}-2)+1(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} =$ $= \frac{x-\sqrt{x}+2+2\sqrt{x}-4+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	0,25 0,25 0,25
	3	Với $x \geq 0; x \neq 9$, ta có:	0,25

		$P = B : A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+1} = \frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \text{ để } P < 2 \text{ Hay}$ $\frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} < 2 \text{ hay } \frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - 2 < 0 \text{ hay } \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-2} < 0 \text{ mà } \sqrt{x}+5 > 0 \text{ nên}$ $\sqrt{x}-2 < 0 \text{ hay } x < 4 \text{ mà } x \text{ nguyên lớn nhất nên } x = 3$ Vậy $x = 3$ thì $P < 2$	0,25
III 3,5đ			
1,75đ	1	Gọi số tiền Bà Minh đầu tư mua mảnh đất thứ nhất là x ($0 < x < 5$, tỉ đồng) Số tiền Bà Minh đầu tư mua mảnh đất thứ hai là: y (tỉ đồng) Vì tổng tiền là 5 tỉ ta có pt : $x + y = 5$ Số tiền lãi Bà Minh thu được sau khi bán mảnh đất thứ nhất là $0,2x$ (tỉ) Số tiền lãi Bà Minh thu được sau khi bán mảnh đất thứ hai là $0,25y$ (tỉ) Vì tổng tiền lãi là 1,1 tỉ ta có pt : $0,2x + 0,25y = 1,1$ Ta có hpt $\begin{cases} x + y = 5 \\ 0,2x + 0,25y = 1,1 \end{cases}$ giải hệ pt có $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ (tm) Vậy Bà Minh mua mảnh đất thứ nhất là 3 tỉ đồng Bà Minh mua mảnh đất thứ hai là 2 tỉ đồng.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
0,75đ	2	Gọi số câu trả lời đúng là x (Câu , $x \in N$) Số câu trả lời sai là $25 - x$ câu Số điểm đạt được là $4x$ điểm Số điểm bị trừ là $1(25 - x)$ điểm Vì điểm ít nhất là 82 nên ta có bất phương trình $4x - 1(25 - x) \geq 82$ $x \geq \frac{107}{5} = 21,4$ Vậy số câu đúng tối thiểu mà Mai cần phải làm đúng là 22 câu	0,25 0,25 0,25
	1	Diện tích trồng hoa là $S = \pi(R^2 - r^2) \approx 3,14(12^2 - 10^2) = 138,16 \text{ m}^2$	
IV 3,5đ	2	Vẽ đúng hình đến câu a 	0,25
	a	Vì MA, MB là hai tiếp tuyến (O) ta có $MA \perp OA$; $MB \perp OB$ Gọi I là trung điểm OM. Xét tam giác vuông MAO có trung tuyến AI ứng với cạnh huyền OM $\Rightarrow IM = IO = IA = OM/2$ Tương tự với tam giác vuông MBO ta có $IM = IO = IB = MO/2$ $\Rightarrow IM = IO = IA = IB$ $\Rightarrow$ 4 điểm A, M, B, O cùng thuộc một đường tròn	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

	b	* (O) có tiếp tuyến MA, MB cắt nhau tại M nên $MA=MB$. Có $OA=OB=R \Rightarrow M, O$ thuộc đường trung trực của AB $\Rightarrow MO$ là đường trung trực $AB \Rightarrow MO \perp AB$ * Xét tam giác OHA và tam giác OAM có $\left. \begin{array}{l} \widehat{OHA} = \widehat{OAM} = 90^0 \\ \widehat{AOM} \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta OHA \sim \Delta OAM \Rightarrow \frac{OH}{OA} = \frac{OA}{OM}$ $\Rightarrow OH \cdot OM = OA^2 = R^2 \Rightarrow đpcm$	0,25 0,25 0,25 0,25
	c	Ta chứng minh $QN \perp MO$	
		* Chứng minh OH là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow OH \parallel BC$ * Chứng minh tam giác MAO = tam giác KOC (gcg) $\Rightarrow OM = CK \Rightarrow OMKC$ là hbh * Chứng minh $MAOK$ là hcn $\Rightarrow OKM = 90^0 \Rightarrow N$ là trực tâm tam giác QOM $\Rightarrow N$ là trực tâm $\Rightarrow QN \perp MO$	0,25 0,25
V 0,5đ		Gọi số máy móc công ty nên sử dụng là x (máy, $x > 0$) Trong một giờ, số quả bóng tennis sản xuất được là $30x$ (quả bóng) Như vậy, số giờ để sản xuất 8000 quả bóng là $\frac{8000}{30x}$ (giờ) Mỗi giờ phải trả 192 nghìn đồng cho người giám sát và chi phí thiết lập cho mỗi máy là 200 nghìn đồng nên chi phí sản xuất là $B = 200000x + \frac{8000}{30x} \cdot 192000 = 200000x + \frac{51200000}{x} \text{ (đồng)}.$	0,25
		Với hai số không âm a và b ta có $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ suy ra $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ Áp dụng bất đẳng thức trên với hai số dương $200000x$ và $\frac{51200000}{x}$, ta được : $200000x + \frac{51200000}{x} \geq 2\sqrt{200000x \cdot \frac{51200000}{x}} = 6400000.$ Dấu "=" xảy ra khi $200000x = \frac{51200000}{x} \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x = 16$ (nhận) hay $x = -16$ (loại). Vậy số máy móc công ty nên sử dụng là 16 máy để chi phí sản xuất là thấp nhất.	0,25

Lưu ý: Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa