

Bài 1 (1,5 điểm)

1/ Giải các hệ phương trình và bất phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} (x-2)(y+3) = xy \\ (x+2)(y-1) = xy \end{cases} \quad \text{b) } 3 - 2x > x - 6$$

2/ Tìm a, b để hệ phương trình: $\begin{cases} 2ax + by = 5 \\ ax - (b-1)y = 4 \end{cases}$ có nghiệm $(x, y) = (2; 3)$ **Bài 2** (2,5 điểm)

1/ Rút gọn các biểu thức:

a/ $2\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{50}$

b/ $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$

2/ Cho 2 biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-5}{3}$; $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4}$ với $x \geq 0$; $x \neq 4$ a/ Tính giá trị của A khi $x = 9$

b/ Rút gọn biểu thức B

c/ Cho $P = A.B$. Tìm số nguyên x lớn nhất để $P < \frac{1}{2}$ **Bài 3** (2 điểm)

Hai tổ sản xuất được giao kế hoạch làm 500 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do số lượng đơn hàng nhiều nên khi thực hiện, tổ I đã tăng năng suất thêm 15%, tổ II tăng thêm 25% so với dự định. Vì vậy trong thời gian quy định, họ đã vượt chỉ tiêu 95 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch ban đầu.

Bài 4 (3,5 điểm)1/ Một chiếc xe đi từ chân một con dốc lên đỉnh dốc với vận tốc là 4m/s thì hết 1 phút 20 giây. Tính độ cao của đỉnh dốc so với chân dốc biết góc tạo bởi con dốc so với phương ngang là 5° . (Làm tròn đến đơn vị mét)

2/ Cho nửa đường tròn (O,R) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn. Trên tia Ax lấy điểm C, kẻ tiếp tuyến thứ hai CM tới nửa đường tròn.

a/ Chứng minh 4 điểm A, O, M, C cùng thuộc một đường tròn

b/ Đường thẳng vuông góc với OC tại O cắt tiếp tuyến tại B của (O) ở D. Chứng minh ba điểm: C, M, D thẳng hàng và $MC.MD = R^2$

c/ Gọi K là giao điểm của OD với BM. Xác định vị trí của C trên tia Ax để chu vi tam giác OMK lớn nhất.

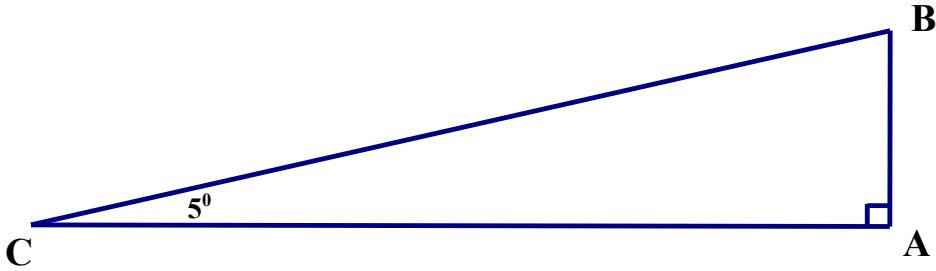
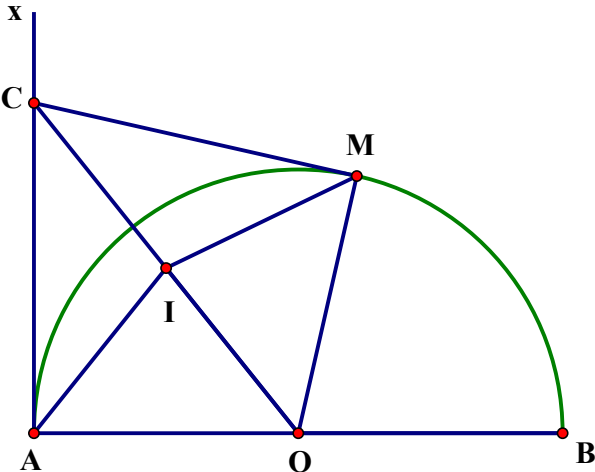
Bài 5 (0,5 điểm)Cho điểm M thuộc đoạn thẳng AB. Vẽ về cùng một phía các tia Ax, By vuông góc với AB. Lấy C thuộc Ax, D thuộc By sao cho góc $CMD = 90^\circ$.

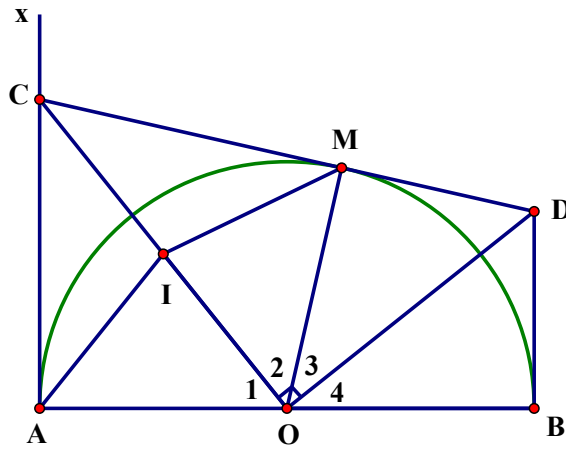
Xác định vị trí của C và D để diện tích tam giác CMD nhỏ nhất.

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1 (1,5đ)	1.1a	$\begin{cases} (x-2)(y+3) = xy \\ (x+2)(y-1) = xy \end{cases}$ $\begin{cases} xy + 3x - 2y - 6 = xy \\ xy - x + 2y - 2 = xy \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ -x + 2y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x = 8 \\ y = \frac{x+2}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$ Vậy hpt có nghiệm duy nhất: $(x, y) = (4 ; 3)$	0,5
	1.1b	$\begin{aligned} 3 - 2x &> x - 6 \\ -3x &> -9 \\ x &< 3 \end{aligned}$ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $x < 3$	0,25 0,25
	1.2	$\begin{cases} 2ax + by = 5 \\ ax - (b-1)y = 4 \end{cases}$ Vì hpt có nghiệm: $(x, y) = (2 ; 3)$ nên thay $x = 2; y = 3$ vào hpt ta được $\begin{cases} 4a + 3b = 5 \\ 2a - 3(b-1) = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} 4a + 3b = 5 \\ 2a - 3b + 3 = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} 4a + 3b = 5 \\ 2a - 3b = 1 \end{cases}$ Giải hpt ta được: $(a, b) = (1 ; \frac{1}{3})$ Vậy với $a = 1$ và $b = \frac{1}{3}$ thì hpt có nghiệm : $(x, y) = (2 ; 3)$	0,25 0,25
2 (2,5đ)	2.1a	$2\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{50} = 4\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 20\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$	0,5
	2.1b	$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(1+\sqrt{3})^2} = 1-\sqrt{3} - 1+\sqrt{3} $ $= \sqrt{3} - 1 - 1 - \sqrt{3} = -2$	0,5

	2.2a	$A = \frac{\sqrt{x}-5}{3} \quad \text{Đk: } x \geq 0; x \neq 4$ Với $x = 9$ (TMĐK) thay vào biểu thức A ta được: $A = \frac{\sqrt{9}-5}{3} = \frac{-2}{3}$ Vậy với $x = 9$ thì $A = \frac{-2}{3}$	0,25
	b	$B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 4$ $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $B = \frac{2(\sqrt{x}+2) + \sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{2\sqrt{x}+4+\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{3\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$ Vậy $B = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$	0,25 0,25 0,25
	c	với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có: $P = A.B = \frac{\sqrt{x}-5}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$ $P < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{2} < 0$ $\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-10-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-12}{\sqrt{x}+2} < 0$ Vì $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+2 > 0$ nên để $\frac{\sqrt{x}-12}{\sqrt{x}+2} < 0$ thì $\sqrt{x}-12 < 0$ $\Rightarrow \sqrt{x} < 12 \Rightarrow x < 144$ Do x là số nguyên lớn nhất nên $x = 143$ (tmđk) Vậy $x = 143$	0,25 0,25
3 (2đ)		Gọi số sản phẩm tổ I phải làm theo kế hoạch là x (s/p, $x \in \mathbb{Z}^+$; $x < 500$) Và số sản phẩm tổ II phải làm theo kế hoạch là y (s/p, $y \in \mathbb{Z}^+$; $y < 500$) Vì theo kế hoạch cả hai tổ phải làm 500 s/p nên ta có pt: $x + y = 500 \quad (1)$ Thực tế, tổ I tăng: $0,15x$ (s/p) Tổ II tăng: $0,25y$ (s/p)	0,5 0,5

		Cả hai tổ tăng: 105 (s/p) nên ta có pt: $0,15x + 0,25y = 95$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 500 \\ 0,15x + 0,25y = 95 \end{cases}$ Giải hpt được: $\begin{cases} x = 300 \\ y = 200 \end{cases}$ (TM) Vậy theo kế hoạch, tổ I phải làm 300 (s/p) và tổ II phải làm 200(s/p)	0,5
4.1 0,5		 Vẽ hình	0,25
		Đổi 1 phút 20 giây = 80 giây Độ dài con dốc là: $80.4 = 320$ (m) Gọi AB là độ cao của con dốc; BC là chiều dài của con dốc. Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ABC ta có: $AB = BC.\sin C = 320.\sin 5^\circ \approx 28$ Vậy độ cao của đỉnh dốc so với chân dốc là: 28(m)	0,25
4.2 (3đ)		 Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
	a 1đ	Vì CA, CM là các tiếp tuyến của (O) nên ta có: $\widehat{OAC} = \widehat{OMC} = 90^\circ$ Gọi I là trung điểm của OC. Áp dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong hai tam giác vuông: OAC và OMC ta được: $IA = IM = IO = IC = \frac{1}{2}AC$ $\Rightarrow$ 4 điểm A, O, M, C cùng thuộc đường tròn đường kính CO	0,5 0,5



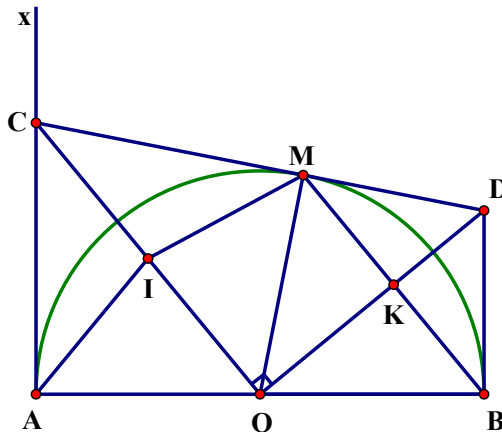
b
1đ

- Vì $\widehat{COD} = 90^\circ$ nên $\widehat{O_2} + \widehat{O_3} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{O_1} + \widehat{O_4} = 90^\circ$
 Vì CA, CM là các tiếp tuyến của (O) nên OC là tia phân giác của $\widehat{AOM} \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \Rightarrow \widehat{O_3} = \widehat{O_4}$
 $\Rightarrow \triangle OMD = \triangle OBD$ (c-g-c)
 $\Rightarrow \widehat{OMD} = \widehat{OBD} = 90^\circ$
 Mà $\widehat{OMC} = 90^\circ$
 $\Rightarrow$ Ba điểm C, M, D thẳng hàng.
- Xét $\triangle OMD$ và $\triangle CMO$ có:
 $\widehat{OMD} = \widehat{CMO} = 90^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{ODM} = \widehat{COM}$ (cùng phụ với $\widehat{OCD}$)
 $\Rightarrow \triangle OMD \sim \triangle CMO$ (g-g)
 $\Rightarrow \frac{MO}{MC} = \frac{MD}{MO} \Rightarrow MC \cdot MD = MO^2$ hay $MC \cdot MD = R^2$

0,25

0,5

0,5



c
0,5

- Ta có: $OB = OM = R$
 $DB = DM$ (T/c tiếp tuyến cắt nhau)
 $\Rightarrow OD$ là đường trung trực của MB nên $OD \perp MB$
 Ta có: $(OK - KM)^2 \geq 0 \Rightarrow KO^2 + KM^2 \geq 2KO \cdot KM$
 $\Rightarrow 2(KO^2 + KM^2) \geq (KO + KM)^2$
 $\Rightarrow (KO + KM)^2 \leq 2OM^2 \Rightarrow KO + KM \leq OM\sqrt{2}$
 $\Rightarrow KO + KM + OM \leq OM\sqrt{2} + OM$
 Hay $C_{\triangle OMK} \leq OM(\sqrt{2} + 1) = R(\sqrt{2} + 1)$
 Dấu “=” xảy ra khi $KO = KM \Rightarrow \triangle OMK$ vuông cân tại K

0,25

0,25

