

ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC: 2024 - 2025

(Đề gồm 01 trang)

MÔN: TOÁN - LỚP: 9

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Bài 1. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}-3}$ (Với $x \geq 0; x \neq 9$).

a) Tính giá trị biểu thức B khi $x = 25$.

b) Rút gọn biểu thức $P = A - B$.

c) Tìm số tự nhiên x lớn nhất để $P \leq \frac{1}{3}$.

Bài 2. (2,0 điểm) Trên quãng đường AB dài 200 km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe khách khởi hành từ A đến B , xe tải khởi hành từ B về A . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ, biết vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc xe tải là 10 km/h. Tính quãng đường mỗi xe đi được từ khi xuất phát đến khi hai xe gặp nhau?

Bài 3. (2,0 điểm)

1) Rút gọn các biểu thức sau:

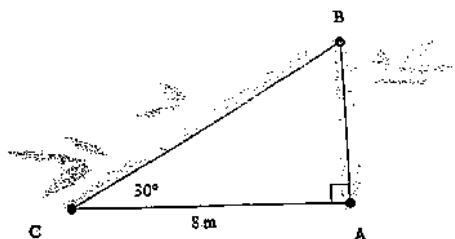
a) $2\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 3\sqrt{5}$.

b) $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{3}$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$.

Bài 4. (3,5 điểm)

1) Giông bão thổi mạnh, một cây tre gãy gập xuống làm ngọn cây chạm đất và ngọn cây tạo với mặt đất một góc 30° . Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc tre là 8 m. Giả sử cây tre mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây tre đó khi chưa gãy (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn, đường cao AH , kẻ $HE \perp AC$ tại E , $HD \perp AB$ tại D . Gọi O là trung điểm của AH .

a) Chứng minh rằng: A, E, H, D cùng thuộc một đường tròn tâm O .

b) Chứng minh rằng: $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.

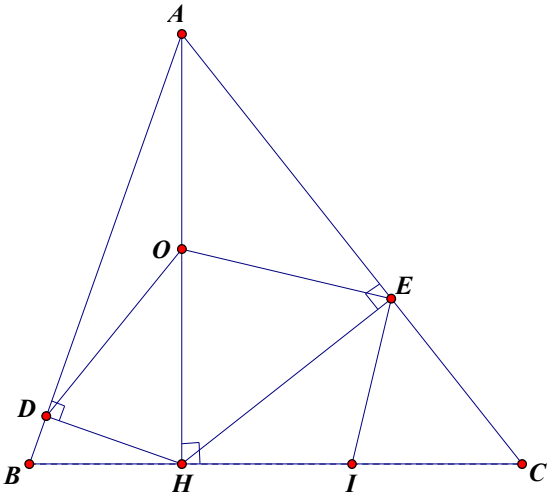
c) Gọi I là trung điểm của HC . Chứng minh rằng IE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Bài 5. (0,5 điểm) Giải phương trình: $7x^2 + y^2 + 4xy - 24x - 6y + 21 = 0$.

☞ HẾT ☞

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
Bài 1: (2,0 điểm)	a)	Thay $x = 25$ (tmđk) vào biểu thức B , ta có: $B = \frac{1}{\sqrt{25} - 3}$	0,25
		$B = \frac{1}{2}$ Vậy với $x = 25$ thì $B = \frac{1}{2}$	0,25
	b)	Ta có: $P = A - B = \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{\sqrt{x}-3}$	0,25
		$= \frac{x+3+2 \cdot (\sqrt{x}-3) - (\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3) \cdot (\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$= \frac{x+3+2\sqrt{x}-6-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3) \cdot (\sqrt{x}-3)} = \frac{x+\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+3) \cdot (\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x}+3) \cdot (\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+3) \cdot (\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ Vậy với $x \geq 0; x \neq 9$ thì $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	c)	Để $P \leq \frac{1}{3}$ thì $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \leq \frac{1}{3}$. Suy ra: $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{3} \leq 0$. $\frac{3 \cdot (\sqrt{x}-2) - (\sqrt{x}-3)}{3 \cdot (\sqrt{x}-3)} \leq 0$ $\frac{2\sqrt{x}-3}{3 \cdot (\sqrt{x}-3)} \leq 0$	0,25
		Do $2\sqrt{x}-3 \geq \sqrt{x}-3$ nên ta có: $\begin{cases} 2\sqrt{x}-3 \geq 0 \\ \sqrt{x}-3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{9}{4} \\ x < 9 \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{4} \leq x < 9$ Vì $x \geq 0; x \neq 9$ và x là số tự nhiên lớn nhất nên $x = 8$ Vậy $x = 8$ thì $P \leq \frac{1}{3}$.	0,25

Bài 2: (2,0 điểm)		Gọi quãng đường xe khách đi được là $x(km)$, ($0 < x < 200$) Suy ra quãng đường xe tải đi được là $200 - x(km)$	0,5
		Vận tốc của xe khách là $\frac{x}{2}(km/h)$ Vận tốc của xe tải là $\frac{200-x}{2}(km/h)$	0,5
		Vì vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc của xe tải là $10(km/h)$ Ta có phương trình: $\frac{x}{2} - \frac{200-x}{2} = 10$	0,25
		Giải phương trình, ta được: $x = 110$	0,5
		Với $x = 110$ (tmđk) Vậy quãng đường xe khách đi được là $110(km)$, quãng đường xe tải đi được là $200 - 110 = 90(km)$	0,25
Bài 3: (2,0 điểm)	1)	a) $2\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 3\sqrt{5}$ $= 2\sqrt{4 \cdot 5} + 5\sqrt{9 \cdot 5} - 3\sqrt{5}$	0.25
		$= 4\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$ $= 16\sqrt{5}$	0.25
		b) $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{3}$ $= \frac{(2+\sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} - \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2 - 1} + \sqrt{3}$	0.25
		$= 4 + 4\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3}$ $= 8 + 4\sqrt{3}$	0.25
	2)	$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$	0.25
		$\begin{cases} 6x - 3y = 3 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$	0.25
		$\begin{cases} 7x = 14 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$	0.25
		$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; 3)$	0.25
Bài 4: (3,5 điểm)	1)	Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ta có +) $AB = AC \tan C = 8 \cdot \tan 30^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ (m)	0,25đ
		+) $\cos C = \frac{AC}{BC}$ nên $BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{8}{\cos 30^\circ} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ (m)	0,25đ

		$AB + BC = \frac{8\sqrt{3}}{3} + \frac{16\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3} \approx 13,9(m)$	0,25đ
		Vậy cây tre cao khoảng 13,9 m.	0,25đ
2)	Vẽ hình đến câu a)		0,25đ
a)		+ Xét $\triangle DAH$ vuông tại D, trung tuyến DO, ta có: $OD = \frac{1}{2} AH \text{ (Tính chất trung tuyến của tam giác vuông)}$ + Xét $\triangle EAH$ vuông tại E, trung tuyến EO, ta có: $OE = \frac{1}{2} AH \text{ (Tính chất trung tuyến của tam giác vuông)}$ Vậy $OE = OD = OA = OH = \frac{1}{2} AH$ Suy ra A, D, H, E cùng thuộc đường tròn tâm O.	0,25đ
b)		+ Xét $\triangle HAC$ vuông tại H ta có: $\cos \widehat{HAC} = \frac{AH}{AC}$ + Xét $\triangle EHA$ vuông tại E ta có: $\cos \widehat{HAE} = \frac{AE}{AH}$ Vậy $\frac{AE}{AH} = \frac{AH}{AC}$ suy ra $AH^2 = AE \cdot AC$ + Chứng minh tương tự ta có: $\cos \widehat{HAB} = \frac{AD}{AH} = \frac{AH}{AB} \text{ suy ra } AH^2 = AD \cdot AB$ Vậy $AD \cdot AB = AE \cdot AC$	0,25đ
c)		+ $\triangle OHE$ cân tại O ($OE = OH$) Suy ra $\widehat{OHE} = \widehat{OEH}$ (1) + Xét $\triangle ECH$ vuông tại E, trung tuyến EI, ta có: $EI = \frac{1}{2} HC \text{ (Tính chất trung tuyến của tam giác vuông)}$	0,25đ

		Suy ra $EI = IH = \frac{1}{2}HC$ Suy ra $\triangle HIC$ cân tại I Suy ra: $\widehat{IHE} = \widehat{IEH}$ (2)	
		Từ (1) và (2) ta có: $\widehat{OHE} + \widehat{IHE} = \widehat{OEH} + \widehat{IEH}$ Suy ra $\widehat{OHI} = \widehat{OEI}$ Mà $\widehat{OHI} = 90^\circ$ nên $\widehat{OEI} = 90^\circ$ Suy ra $IE \perp OE$ tại E	0,25
		Ta có: $E \in (O)$; $IE \perp OE$ tại E. Nên IE là tiếp tuyến của (O) tại tiếp điểm E.	0,25
Bài 5: (0,5 điểm)		$7x^2 + y^2 + 4xy - 24x - 6y + 21 = 0$ $y^2 + 4xy - 6y + 7x^2 - 24x + 21 = 0$ $y^2 + 2y(2x-3) + (2x-3)^2 + 3x^2 - 12x + 12 = 0$ $(y+2x-3)^2 + 3(x-2)^2 = 0$	0,25đ
		Nên $\begin{cases} x-2=0 \\ y+2x-3=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ Vậy $x=2; y=-1$	0,25đ

Ghi chú: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.
Điểm toàn bài làm tròn đến 0,25.

-----Hết-----