

Bài 1 (1,5 điểm). Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a) $2x(x - 3) + x - 3 = 0$;

b) $\frac{14}{3x-12} - \frac{2+x}{x-4} = \frac{-3}{2x-8} - \frac{5}{6}$

c) $\begin{cases} (x+2)(y-3) = xy \\ (x-1)(y-2) = xy \end{cases}$

Bài 2 (2,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức sau: $A = \sqrt{20} + \frac{1}{3}\sqrt{45} - 0,75\sqrt{80}$

2) Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0$; $x \neq 4$

a) Rút gọn biểu thức A;

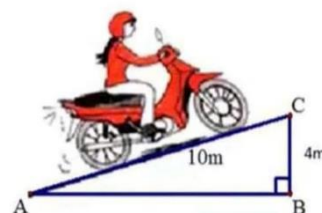
b) Tìm x để $A = \frac{1}{2}$.

Bài 3 (2,5 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Sau thiệt hại nặng nề của cơn bão Yagi gây ra, một trường trung học cơ sở đã quyên góp tiền để mua 1 500 quyển vở gồm hai loại để chia thành các phần quà tặng cho các em học sinh làng Nủ, xã Bảo Khánh, huyện Bảo Yên, tỉnh Lào Cai. Giá bán của mỗi quyển vở loại thứ nhất và loại thứ hai lần lượt là 8 000 đồng và 10 000 đồng. Hỏi nhà trường đã mua bao nhiêu quyển vở mỗi loại? Biết rằng số tiền nhà trường đã dùng để mua 1 500 quyển vở đó là 14 triệu đồng.

Bài 4 (3,5 điểm).

1) Một người đi xe máy lên dốc có độ dài $AC = 10$ m (như hình bên). Biết đỉnh dốc có độ cao 4 m. Tính góc tạo bởi mặt dốc và phương nằm ngang (kết quả làm tròn đến phút).



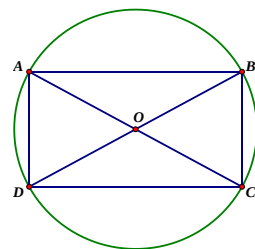
2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: Bốn điểm B, E, D, C cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn này.

b) Chứng minh: $AE \cdot AB = AD \cdot AC$ và $\widehat{ADE} = \widehat{ABC}$.

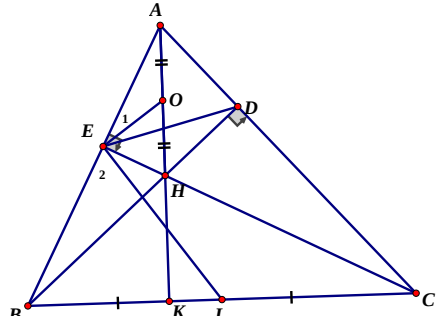
c) Gọi O là trung điểm AH. Chứng minh OE là tiếp tuyến của đường tròn tâm I.

Bài 5 (0,5 điểm). Một mảnh vườn hình chữ nhật ABCD có diện tích 961 m^2 . Người ta muốn mở rộng thêm 4 phần đất sao cho tạo thành đường tròn đi qua các điểm của hình chữ nhật như hình vẽ. Biết tâm đường tròn trùng với tâm hình chữ nhật ABCD. Tính diện tích nhỏ nhất của 4 phần đất được mở rộng (lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



-----Hết -----

Bài	Lời giải	Điểm
Bài 1 (1,5 điểm)	a) $2x(x - 3) + x - 3 = 0$ $(2x + 1)(x - 3) = 0$ $2x + 1 = 0$ thì $x = -\frac{1}{2}$ $x - 3 = 0$ thì $x = 3$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = -\frac{1}{2}; x = 3$	0,25 0,25
	b) $\frac{14}{3x-12} - \frac{2+x}{x-4} = \frac{-3}{2x-8} - \frac{5}{6}$ (ĐKXĐ: $x \neq 4$) $\frac{14}{3(x-4)} - \frac{2+x}{x-4} = \frac{-3}{2(x-4)} - \frac{5}{6}$ $28 - 12 - 6x = -9 - 5x + 20$ $x = 5$ (t/m ĐKXĐ)	0,25 0,25
	c) $\begin{cases} (x+2)(y-3) = xy \\ (x-1)(y-2) = xy \end{cases}$ $\begin{cases} -3x + 2y = 6 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} -3x + 2y = 6 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -\frac{2}{7} \\ y = \frac{18}{7} \end{cases}$ Kết luận:	0,25 0,25
Bài 2 (2,0 điểm)	1) $A = \sqrt{20} + \frac{1}{3}\sqrt{45} - 0,75\sqrt{80}$ $= 2\sqrt{5} + \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{5} - 0,75 \cdot 4\sqrt{5}$ $= 2\sqrt{5} + \sqrt{5} - 3\sqrt{5}$ $= 0$	0,25 0,25
	2) a) Rút gọn $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$ $= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{2+5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{x+3\sqrt{x}+2+2x-4\sqrt{x}-2-5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{3x-6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ b) Để $A = \frac{1}{2}$ thì	0,25 0,25

	$\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{2}$ $\sqrt{x} + 2 = 6\sqrt{x}$ $5\sqrt{x} = 2$ $x = 4/25 \text{ (t/m ĐKXD)}$ Vậy $x = 4/25$ thì $A = \frac{1}{2}$	0,25 0,25
Bài 3 (2,5 điểm)	Gọi số quyển vở loại thứ nhất và loại thứ hai lần lượt là x và y (quyển vở, $x, y \in \mathbb{N}^*$) Vì tổng số vở là 1500 quyển vở nên ta có phương trình $x + y = 1500 \quad (1)$ Số tiền để mua vở loại thứ nhất là $8x$ (nghìn đồng) Số tiền để mua vở loại thứ hai là $10y$ (nghìn đồng) Vì số tiền mua hai loại vở là 14 000 nghìn đồng nên ta có phương trình: $8x + 10y = 14\,000 \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1500 \\ 8x + 10y = 14000 \end{cases}$ Giải hệ phương trình được $x = 500$ và $y = 1000$ Đổi chiếu với điều kiện và kết luận: Vậy số quyển vở loại thứ nhất và loại thứ hai lần lượt là 500 quyển và 1000 quyển	0,25 0,5 0,25 0,25 0,5 0,25 0,5
Bài 4 (3,5 điểm)	1) $\triangle ABC$ vuông tại B: $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ $\hat{A} \approx 23^\circ 35'$	0,5
	 2) a) Gọi I là trung điểm của BC $BI = IC = \frac{BC}{2} \quad (1)$ Xét $\triangle BEC$ vuông tại E có EI là trung tuyến nên $EI = \frac{BC}{2} \quad (2) \text{ (ĐL đường trung tuyến trong tam giác vuông)}$ Xét $\triangle BDC$ vuông tại D có DI là trung tuyến nên $DI = \frac{BC}{2} \quad (3) \text{ (ĐL đường trung tuyến trong tam giác vuông)}$ Từ (1), (2) và (3) suy ra $BI = CI = EI = DI = \frac{BC}{2}$ Hay B, D, C, E cùng thuộc đường tròn tâm I bán kính $\frac{BC}{2}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

	b) + Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACE$ có: $\widehat{ADB} = \widehat{AEC} = 90^\circ$; $\widehat{BAC}$ chung Do đó $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ (g.g) Suy ra $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$ (Cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) Hay $AB \cdot AE = AD \cdot AC$ + Xét $\triangle AED$ và $\triangle ACB$ có: $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ (cmt) $\widehat{BAC}$ chung Do đó $\triangle AED \sim \triangle ACB$ (c-g-c) Từ đó suy ra: $\widehat{ADE} = \widehat{ABC}$ (đpcm).	0,25 0,25 0,25 0,25
	c) + Chứng minh được: $AH \perp BC$ + Chứng minh được: $OE \perp IE$ + Lập luận để được: OE là tiếp tuyến của (I).	0,25 0,25
Bài 5 (0,5 điểm)	Gọi x, y lần lượt là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ($x, y > 0$) Lập luận để có được $\begin{cases} xy = 961 \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = R^2 \end{cases}$ Diện tích phần mở rộng là: $S = S_{(O)} - S_{ABCD}$ $= \pi \frac{x^2 + y^2}{4} - xy \geq \pi \frac{2xy}{4} - xy \geq 480,5\pi - 961 \approx 547,77m^2$ Dấu “=” xảy ra khi $x = y = 31$ * Chứng minh được bất đẳng thức: $x^2 + y^2 \geq 2xy$ Kết luận	0,25 0,25

(Lưu ý: Nếu học sinh làm cách khác đúng, vẫn cho điểm tối đa)