

Bài I (3,0 điểm).

1) Giải phương trình và hệ phương trình

a) $x^2 - 4 + (x - 2)(2x + 1) = 0$

b) $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$

2) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một nhóm cổ động viên bóng đá dự định mua vé xem đội tuyển Việt Nam thi đấu. Ban tổ chức phát hành hai loại vé với mệnh giá khác nhau. Nếu mua 3 vé loại I và 5 vé loại II thì hết tổng số tiền 1900 nghìn đồng. Nếu mua 4 vé loại I và 4 vé loại II thì hết tổng số tiền là 2000 nghìn đồng. Tính giá tiền của một vé loại I và một vé loại II.

Bài II (1,0 điểm).

1) Giải bất phương trình: $5x - 1 > 3x + 3$

2) Rút gọn biểu thức: $\sqrt{98} - \sqrt{32} + \sqrt{2}(\sqrt{8} - 3)$

Bài III (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 3} + \frac{x + 9}{x - 9}$ với $x > 0, x \neq 9$.

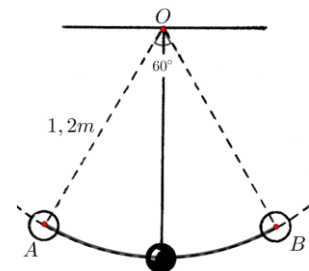
1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$.

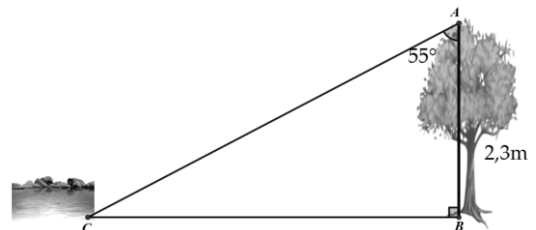
3) Tìm các giá trị của x để $A.B < 1$.

Bài IV (4,0 điểm).

1) Một con lắc di chuyển từ vị trí A đến vị trí B (hình bên). Tính độ dài quãng đường AB mà con lắc di chuyển, biết rằng sợi dây OA có chiều dài bằng 1,2 mét và số đo góc AOB bằng 60° . (lấy $\pi \approx 3,14$, sợi dây không giãn trong quá trình di chuyển).



2) Một người đứng từ vị trí A trên ngọn cây cách mặt đất khoảng cách $AB = 2,3m$. Người đó nhìn thấy một hồ nước theo hướng AC tạo với phương thẳng đứng góc $\widehat{CAB} = 55^\circ$. Tính khoảng cách BC từ hồ nước tới gốc cây (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



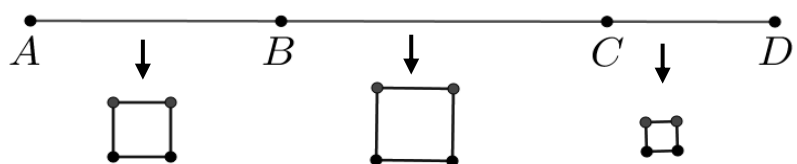
3) Cho nửa đường tròn tâm O, bán kính R, đường kính AB. Trên nửa đường tròn lấy điểm M khác A và B. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A và tại điểm M cắt nhau tại điểm C.

a) Chứng minh bốn điểm O, A, C, M cùng thuộc một đường tròn.

b) Qua điểm O kẻ một đường thẳng song song với AM . Đường thẳng này cắt MB tại H và cắt đường thẳng CM tại D . Chứng minh $OH = \frac{1}{2}AM$ và BD là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

c) OD cắt nửa đường tròn (O) tại K . Gọi E là chân đường vuông góc kẻ từ K tới CD . Chứng minh HE vuông góc với MK .

Bài V (0,5 điểm). Chuẩn bị đón năm mới, bạn Lan dự định trang trí bảng tin của lớp bằng các họa tiết hình vuông. Để tạo ra các hình vuông, bạn Lan cắt mỗi đoạn dây dài 60 cm thành 3 đoạn nhỏ. Sau đó mỗi đoạn nhỏ được uốn lại thành một hình vuông (*hình bên dưới*). Hỏi phải chia đoạn dây thành 3 phần có độ dài như thế nào để tổng diện tích các hình vuông có giá trị nhỏ nhất.

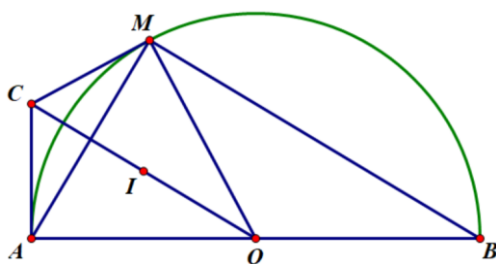
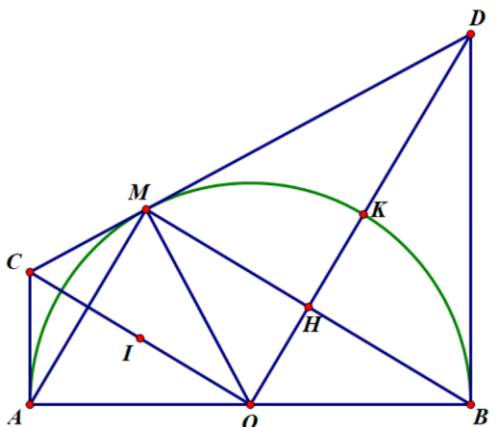
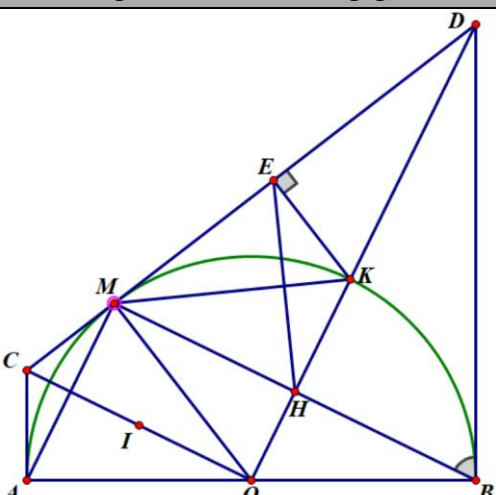


HẾT!

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

Bài	Câu	Nội dung	Điểm
I (3,0 điểm)	1	Giải phương trình và hệ phương trình	1,5
		a) $x^2 - 4 + (x - 2)(2x + 1) = 0$	0,75
		$(x - 2)(x + 2 + 2x + 1) = 0$	0,25
		Giải phương trình tìm được 2 nghiệm $x = 2$ và $x = -1$	0,5
		b) $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$	0,75
		Biến đổi đưa về phương trình bậc nhất một ẩn, chẳng hạn: $4x = 12$	0,25
		Tìm được $x = 3$.	0,25
		Tìm được $y = 1$ và kết luận $(x; y) = (3; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình.	0,25
	2	Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình Một nhóm cổ động viên bóng đá dự định mua vé xem đội tuyển Việt Nam thi đấu. Ban tổ chức phát hành hai loại vé với mệnh giá khác nhau. Nếu mua ba vé loại I và năm vé loại II thì hết tổng số tiền 1900 nghìn đồng. Nếu mua bốn vé loại I và bốn vé loại II thì hết tổng số tiền là 2000 nghìn đồng. Tính giá tiền của một vé loại I và một vé loại II.	1,5
		Gọi giá tiền một vé loại I và II lần lượt là x, y (nghìn đồng), $(x, y > 0)$	0,25
		Mua 3 vé loại I và 5 vé loại II hết 1 900 nghìn đồng, ta có phương trình $3x + 5y = 1900$ (1)	0,25
		Mua 4 vé loại I và 4 vé loại II hết 2 000 nghìn đồng, ta có phương trình $4x + 4y = 2000$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) có hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 5y = 1900 \\ 4x + 4y = 2000 \end{cases}$	0,25
		Chỉ ra được nghiệm $x = 300, y = 200$ (TMĐK).	0,25
		Kết luận	0,25
II (1,0 điểm)	1	Giải bất phương trình: $5x - 1 > 3x + 3$	0,5
		$5x - 3x > 3 + 1$	0,25
		$2x > 4$	0,25
		$x > 2$. Kết luận	0,25
	2	Rút gọn biểu thức: $\sqrt{98} - \sqrt{32} + \sqrt{2}(\sqrt{8} - 3)$	0,5
		$= 7\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 4 - 3\sqrt{2}$	0,25
		$= 4$	0,25

III (1,5 điểm)	1	Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+3} + \frac{x+9}{x-9}$ với $x > 0, x \neq 9$.	
		Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.	0,25
		Thay $x = 4$ (TMĐK) vào A: $A = \frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$.	0,25
	2	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.	0,75
		$B = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{x+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	3	Tìm các giá trị của x để $A.B < 1$.	0,5
		$A.B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ với $x > 0, x \neq 9$	0,25
		$A.B < 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x}-3} < 0.$	0,25
IV (4,0 điểm)	1	Một con lắc di chuyển từ vị trí A đến vị trí B. Tính độ dài quãng đường AB mà con lắc di chuyển, biết rằng sợi dây OA có chiều dài bằng 1,2 mét và số đo góc AOB bằng 60° . (lấy $\pi \approx 3,14$, sợi dây không giãn trong quá trình di chuyển).	0,5
		Độ dài quãng đường AB là:	
		Thay số: $\frac{\pi \times 1,2 \times 60}{180} \approx \frac{3,14 \times 1,2 \times 60}{180}$	0,25
		Tính được kết quả 1,256 mét. Kết luận	0,25
	2	Một người đứng từ vị trí A trên ngọn cây cách mặt đất khoảng cách $AB = 2,3m$. Người đó nhìn thấy một hồ nước theo hướng AC tạo với phương thẳng đứng góc $\widehat{CAB} = 55^\circ$. Tính khoảng cách BC từ hồ nước tới gốc cây (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)	0,5
		Xét tam giác ABC vuông tại B: $BC = AB \times \tan A = 2,3 \times \tan 55^\circ$	0,25
		Tính được kết quả gần đúng bằng 3,3 mét.	0,25
	3	Cho nửa đường tròn tâm O, bán kính R, đường kính AB. Trên nửa đường tròn lấy điểm M khác A và B. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A và tại điểm M cắt nhau tại điểm C.	3,0
		a) Chứng minh bốn điểm O, A, C, M cùng thuộc một đường tròn.	1

		Vẽ hình đúng hết câu a Chỉ ra $\widehat{CAO} = \widehat{CMO} = 90^\circ$. Gọi I là trung điểm của OC , chỉ ra $IA = IO = IM = IC = \frac{OC}{2}$. Chỉ ra 4 điểm O, A, C, M cùng thuộc đường tròn tâm I , bán kính $\frac{OC}{2}$	0,25 0,25 0,25 0,25
b) Chứng minh $OH = \frac{1}{2}AM$ và BD là tiếp tuyến của đường tròn (O) .			1,5
	*Chỉ ra H là trung điểm BM . Chỉ ra OH là đường trung bình của tam giác AMB . $\Rightarrow OH = \frac{1}{2}AM$ *Chỉ ra $\widehat{MOD} = \widehat{BOD}$. Chứng minh $\triangle OMD = \triangle OBD$. Suy ra $\widehat{OBD} = \widehat{OMD} = 90^\circ$ $\Rightarrow OB \perp BD$. Vậy BD là tiếp tuyến.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25	
c) Chứng minh HE vuông góc với BK .			0,5
	KE và OM cùng vuông góc với CD nên $KE \parallel OM$. Suy ra $\widehat{MKE} = \widehat{KMO}$ (2 góc so le trong). Chỉ ra $\widehat{OKM} = \widehat{KMO}$ suy ra $\widehat{MKE} = \widehat{MKH}$ Chỉ ra góc $MHK = 90^\circ$ dẫn đến $\triangle MKE = \triangle MKH$. Suy ra $KE = KH$. Từ đó chứng minh được $MK \perp EH$	0,25 0,25	
V (0,5 điểm)	Phải chia đoạn dây thành 3 phần có độ dài như thế nào để tổng diện tích các hình vuông có giá trị nhỏ nhất.		0,5
	Gọi độ dài các đoạn dây lần lượt là a, b, c (cm) ($a, b, c > 0$). Theo đề bài, $a + b + c = 60$. Tổng diện tích các hình vuông là: $S = \left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{b}{4}\right)^2 + \left(\frac{c}{4}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{16}$. Chứng minh được bất đẳng thức $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a+b+c)^2}{3}$		0,25

	(Biến đổi từ bất đẳng thức $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \geq 0$) Vậy $S = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{16} \geq \frac{(a+b+c)^2}{48} = \frac{60^2}{48} = 75$. Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 20$. Vậy để tổng diện tích nhỏ nhất thì cần chia thành 3 đoạn dây bằng nhau có độ dài mỗi đoạn là 20cm	0,25
--	--	------