

Bài I. (2 điểm)

1. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $x - 3 - 3x(x - 3) = 0$

b) $\frac{4x-2}{3} + x \leq \frac{1+5x}{4}$

2. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$$

3. Tính giá trị biểu thức: $M = \sqrt{32} - 3\sqrt{8} + 6\sqrt{\frac{1}{2}} + 2\sqrt{50}$

Bài II. (2 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$

2. Rút gọn biểu thức B

3. Biết $P = B : A$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho $P < 1$.

Bài III. (1,5 điểm)

Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2024, trường A và trường B có tất cả 700 học sinh lớp 9 tham gia dự thi. Kết quả có 500 học sinh đạt điểm trung bình các môn dự thi không dưới 8 điểm. Biết tỉ lệ đó của trường A là 60% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 tham gia dự thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2024.

Bài IV. (4 điểm)

1. Tính chiều cao của một toà tháp, biết rằng khi tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 40° thì bóng của toà tháp trên mặt đất có chiều dài là 135 m (hình vẽ), (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

2. Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Từ A vẽ tiếp tuyến AB, tiếp tuyến AC của đường tròn $(O; R)$ với (B, C) là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC. Tia AO cắt đường tròn $(O; R)$ tại M và N (M nằm giữa A và N).

a) Chứng minh rằng bốn điểm A, B, O, C cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh AO vuông góc với BC và $AM \cdot AN = AH \cdot AO$

c) Kẻ đường kính BD, gọi E là chân đường vuông góc kẻ từ C đến BD, K là giao điểm của AD và CE. Chứng minh rằng K là trung điểm của CE.

Bài V. (0,5 điểm)

Đoàn Thanh niên của một xã trong huyện tham dự làm trại hè năm 2024 với trang trí công trại hình tam giác đều ABC có cạnh 6 m. Các đoàn viên cần làm cửa ra vào hình chữ nhật MNPQ sao cho đỉnh M và đỉnh N nằm trên cạnh BC, đỉnh P và đỉnh Q theo thứ tự nằm trên cạnh AC và cạnh AB (hình vẽ). Hỏi có thể làm cửa ra vào hình chữ nhật MNPQ với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

-HẾT-

HƯỚNG DẪN CHẤM - ĐÔNG ANH HK1

[illegible]

$$= 11\sqrt{2}$$

Bài II. (2 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Biết $P = B:A$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho $P < 1$

II

2 điểm

1

Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức A ta được:

$$A = \frac{\sqrt{16} - 3}{\sqrt{16} - 2}$$
$$A = \frac{4 - 3}{4 - 2} = \frac{1}{2}$$

Vậy $A = \frac{1}{2}$ khi $x = 16$

0.5

2

$$B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4} (DK: x \geq 0; x \neq 4)$$

$$= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{5\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{x - 2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 2 + 5\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$$

Vậy B=...

0,25

0,25

0.25

3

$$P = B:A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

$$\text{Xét } P < 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} < 1$$

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 3} < 0$$

$$\frac{9}{\sqrt{x} - 3} < 0$$

$$\sqrt{x} - 3 < 0$$

$x < 9$

Kết hợp ĐKXD ta có $x \in \{0; 1; 2; 3; 5; 6; 7; 8\}$

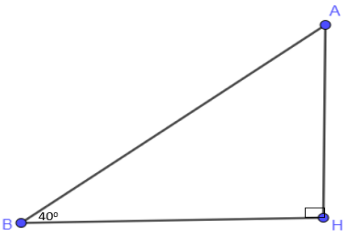
0,25

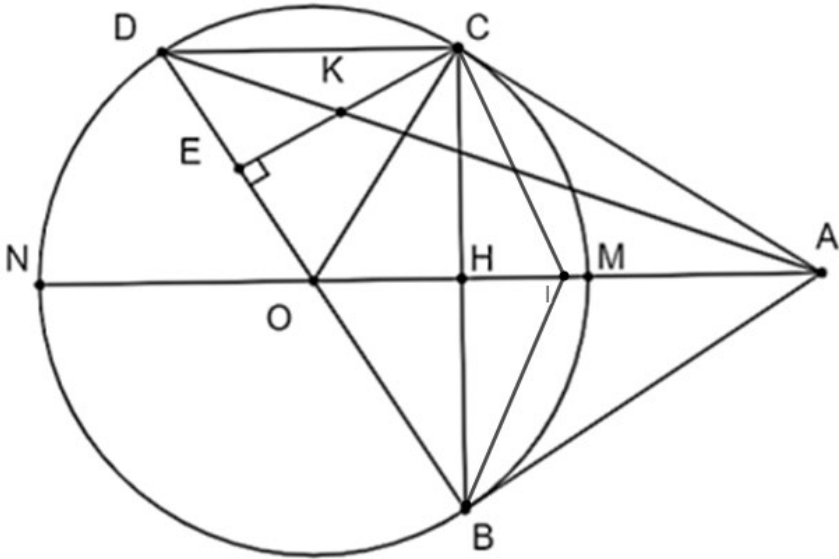
0,25

0,25

Bài III. (1,5 điểm)

Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2024, trường A và trường B có tất cả 700 học sinh lớp 9 tham gia dự thi. Kết quả có 500 học sinh đạt điểm trung bình các môn dự thi không dưới 8 điểm. Biết tỉ lệ đó của trường A là 60% và trường B là 80%. Hỏi mỗi

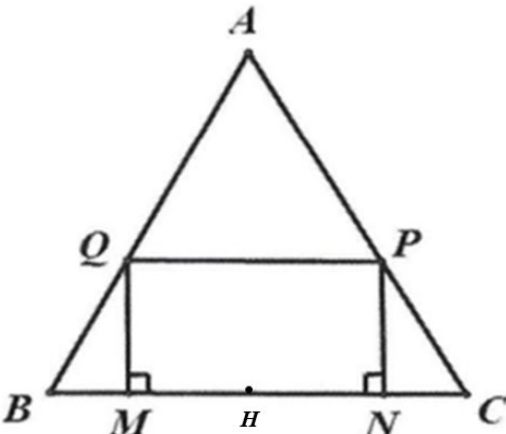
trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 tham gia dự thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2024.			
- Gọi số học sinh lớp 9 của trường A tham gia dự thi vào lớp 10 là x (học sinh $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 700$) - Gọi số học sinh lớp 9 của trường B tham gia dự thi vào lớp 10 là y (học sinh $y \in \mathbb{N}^*$, $y < 700$)			0,25
Vì cả 2 trường có 700 học sinh tham gia dự thi vào lớp 10 nên ta có phương trình: $x + y = 700$ (1)			0,25
- Số học sinh ... của trường A là 60%. $x = 0,6x$ (học sinh) - Số học sinh ... của trường B là 80%. $y = 0,8y$ (học sinh) Vì số học sinh ... của cả hai trường là 500 học sinh nên ta có phương trình: $0,6x + 0,8y = 500$ (2)			0,25
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 700 \\ 0,6x + 0,8y = 500 \end{cases}$			0,5
Trình bày cách giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}$			0,25
Kiểm tra điều kiện và kết luận:.....			
Bài IV. (4 điểm) 1) Tính chiều cao của một toà tháp, biết rằng khi tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc thì bóng của toà tháp trên mặt đất có chiều dài là 135m (hình vẽ), (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). 2) Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm A nằm ngoài đường tròn $(O;R)$. Từ A vẽ tiếp tuyến AB, tiếp tuyến AC của đường tròn $(O;R)$ với (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC. Tia AO cắt đường tròn $(O;R)$ tại M và N (M nằm giữa A và N). a) Chứng minh rằng bốn điểm A, B, O, C cùng nằm trên một đường tròn. b) Chứng minh AO vuông góc với BC và $AM \cdot AN = AH \cdot AO$ c) Kẻ đường kính BD, gọi E là chân đường vuông góc kẻ từ C đến BD, K là giao điểm của AD và CE. Chứng minh rằng K là trung điểm của CE.			
IV. 4 điểm	1	- Vẽ hình  Giả sử AH là chiều cao của toà tháp. $\widehat{ABH} = 40^\circ$ là góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất. Bóng của toà tháp trên mặt đất là $BH = 135\text{m}$ Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có:	0,25

		$AH = BH \cdot \tan \widehat{ABH} = 135 \cdot \tan 40^\circ \approx 113,3(m).$ Vậy tòa tháp cao khoảng 113,3 mét	0,5 0,25
	2		
	2a	a) vẽ hình đúng đến câu a 	0,25
		Xét đường tròn (O) có AC, AB là 2 tiếp tuyến nên CA vuông góc với OC, AB vuông góc với OB Gọi I là trung điểm của AO Suy ra $IA = IO = \frac{1}{2}AO$ (1) Tam giác ABO vuông tại B, có BI là trung tuyến nên $BI = \frac{1}{2}AO$ (2) Tam giác ACO vuông tại C có CI là trung tuyến nên $CI = \frac{1}{2}AO$ (3) Từ (1), (2), (3) suy ra $IA = IB = IC = IO$ Do đó 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn tâm I, đường kính AO.	0,25 0,25 0,25
	2b	Xét đường tròn (O) có AB, AC là 2 tiếp tuyến cắt nhau tại A Nên $AB = AC$, OA là phân giác của góc BOC, AO là phân giác của góc BAC Xét tam giác ABC cân tại A có AO là phân giác nên AO là đường cao Do đó AO vuông góc với BC	0,25 0,25
		$\Delta AHB \sim \Delta ABO (g - g) \Rightarrow AB^2 = AH \cdot AO$ (4) $\Delta AMB \sim \Delta ABN (g - g) \Rightarrow AB^2 = AM \cdot AN$ (5) Từ (4) và (5) suy ra $AM \cdot AN = AH \cdot AO$	0,5 0,25 0,25
	2c	Ta có $CE \parallel AB$	

	EK.BD = DE.AB (*) Tam giác BCD có CO là trung tuyến ứng với cạnh BD và CO = DO = R = BD:2 Nên tam giác BCD vuông tại C CD//OA nên góc AOB = góc CDE $\Delta ABO \sim \Delta CED (g - g)$ Suy ra CE . BO = DE.AB(**) Từ (*) và (**) suy ra EK.BD = CE.BO Mà BD = 2BO suy ra EK.2BO = CE.BO Suy ra 2.EK = CE... Do đó K là trung điểm của CE	0,25 0,25
--	---	-------------------------

Bài V. (0,5 điểm)

Đoàn Thanh niên của một xã trong huyện tham dự làm trại hè năm 2024 với trang trí cổng trại hình tam giác đều ABC có cạnh 6m. Các đoàn viên cần làm cửa ra vào hình chữ nhật MNPQ sao cho đỉnh M và đỉnh N nằm trên cạnh BC, đỉnh P và đỉnh Q theo thứ tự nằm trên cạnh AC và cạnh AB (hình vẽ). Hỏi có thể làm cửa ra vào hình chữ nhật MNPQ với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

V. 0,5 điểm		
	Gọi H là trung điểm của BC Ta có BH = HC = BC:2 Đặt BM = x (điều kiện $0 < x < 3$) MN = 6 - 2x Tam giác MBQ vuông tại M có góc B = 60° Tính được QM = $x\sqrt{3}$ Diện tích hình chữ nhật MNPQ là $S = x\sqrt{3} \cdot (6 - 2x)$ $S = -2\sqrt{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9\sqrt{3}}{2} \leq \frac{9\sqrt{3}}{2}$ MaxS = $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ khi $x = \frac{3}{2}$ Diện tích hình chữ nhật lớn nhất bằng $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ khi M cách B một khoảng bằng $\frac{3}{2}$m.	0,25 0,25

(Học sinh làm cách khác đúng vẫn đạt được điểm tối đa).