

Câu I. (2,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{6\sqrt{x}}{x-9} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$ với $x > 0, x \neq 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$.

c) Đặt $P = \frac{B}{A}$. Tìm x để $P \leq \sqrt{x} - \frac{16}{5}$.

Câu II. (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Bác Hà muốn mua một chiếc áo sơ mi và một chiếc quần âu. Tổng số tiền theo giá niêm yết của chiếc áo sơ mi và chiếc quần âu đó là 700 nghìn đồng. Bác Hà mua vào dịp "Tuần lễ người Việt Nam ưu tiên dùng hàng Việt Nam" nên so với giá niêm yết, áo sơ mi được giảm 15% và quần âu được giảm 18%. Do đó tổng số tiền bác Hà phải trả là 583 nghìn đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi mặt hàng trên là bao nhiêu?

Câu III. (1,5 điểm)

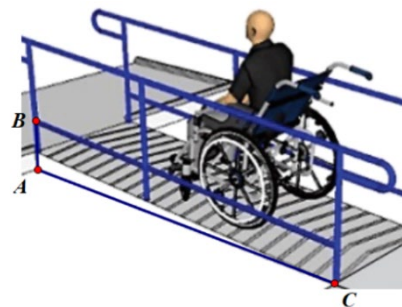
a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $x^2(x-3)+4(3-x)=0$.

c) Giải bất phương trình: $4x(3x-1) \geq 3(2x+5)^2 - 11$.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Bậc thềm của tòa nhà cao 0,5m so với mặt đất. Để hỗ trợ người khuyết tật đi lại, người ta thiết kế lối đi dành cho xe lăn là một dốc nghiêng với khoảng cách từ chân dốc đến đỉnh dốc là 6m. Hỏi đường lên dốc tạo với phương nằm ngang một góc bao nhiêu độ? (Số đo góc làm tròn đến độ).



2) Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm). Kẻ đường kính BC của đường tròn (O), đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Kẻ $OH \perp CD$ ($H \in CD$).

a) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\triangle OHC$ đồng dạng với $\triangle ABC$ và $CH.CA = 2R^2$.

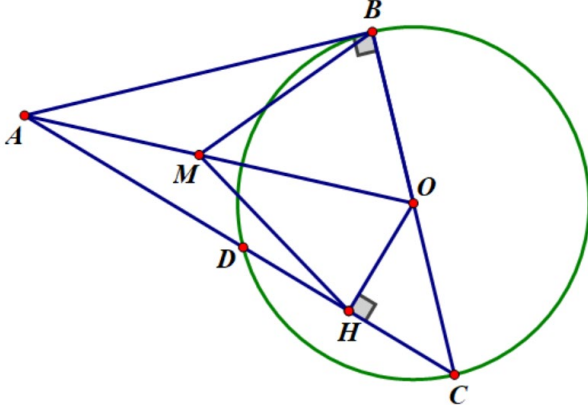
c) Gọi N là giao điểm của BH và DO. Kẻ $AK \perp BH$ ($K \in BH$), AK cắt BD tại I. Chứng minh các điểm C, N, I thẳng hàng.

Câu V. (0,5 điểm)

Một khách sạn có 100 phòng cùng giá tiền cho thuê. Qua khảo sát người ta thấy rằng: nếu ban đầu mỗi phòng khách sạn cho thuê với giá 480 nghìn đồng trong một ngày thì luôn kín các phòng, tuy nhiên khi tăng giá phòng thêm $x\%$ ($x \geq 0$) so với mức giá ban đầu thì số lượng phòng cho thuê giảm đi $\frac{4x}{5}\%$ phòng. Hỏi khách sạn phải niêm yết giá tiền thuê phòng mỗi ngày là bao nhiêu để khách sạn đạt doanh thu một ngày cao nhất?

-----Hết-----

CÂU	Ý	ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Câu I (2,5 điểm)	1. (0,5 điểm)	Thay $x = 4$ (TMĐK) vào A ta được $A = \frac{5}{2(2+3)} = \frac{1}{2}$. Vậy $A = \frac{1}{2}$ khi $x = 4$	0,5
	2. (1,25 điểm)	$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{6\sqrt{x}}{x-9} - \frac{3}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$	0,25
		$= \frac{x+3\sqrt{x}-6\sqrt{x}-3\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,5
		$= \frac{x-6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{(\sqrt{x}-3)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ (đpcm)	0,25
	3. (0,75 điểm)	$P = \frac{B}{A} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} : \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{5} = \frac{x-3\sqrt{x}}{5}$ $\frac{x-3\sqrt{x}}{5} \leq \sqrt{x} - \frac{16}{5}$ $x-8\sqrt{x}+16 \leq 0$	0,5
		$(\sqrt{x}-4)^2 \leq 0$ Mà $(\sqrt{x}-4)^2 \geq 0$ với $\forall x$ tmđk Nên $\sqrt{x}-4=0$ hay $x=16$ (tm) Vậy $x=16$	0,25
Câu II (2 điểm)		Gọi giá niêm yết của chiếc áo sơ mi là x (nghìn đồng) ($0 < x < 700$) và giá niêm yết của chiếc quần âu là y (nghìn đồng) ($0 < y < 700$)	0,25
		Giá niêm yết của chiếc áo sơ mi và chiếc quần âu đó có tổng cộng số tiền là 700 nghìn đồng nên ta có phương trình: $x + y = 700$ (1)	0,25
		Sau khi giảm 15% thì giá của chiếc áo sơ mi là 85%x (nghìn đồng)	0,25
		Sau khi giảm 18% thì giá của chiếc quần âu là 82%y (nghìn đồng)	0,25
		Biết bác Hà đã mua bộ quần áo trên với tổng số tiền là 583 nghìn đồng nên ta có phương trình $85\%x + 82\%y = 583$ hay $0,85x + 0,82y = 583$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 700 \\ 0,85x + 0,82y = 583 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện) Lưu ý: Học sinh bấm máy tính ra nghiệm vẫn được chấp nhận. Vậy giá niêm yết của chiếc áo sơ mi là 300 (nghìn đồng) và giá niêm yết của chiếc quần âu là 400 (nghìn đồng)	0,25
	a. (0,5 điểm)	$\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$ Biến đổi được về dạng $\begin{cases} 5x-y=4 \\ 3x-y=5 \end{cases}$	0,25

Câu III (1,5 điểm)		Giải được nghiệm $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$	0,25
	b. (0,5 điểm)	$x^2(x-3) + 4(3-x) = 0$ $(x-3)(x^2-4) = 0$ $(x-3)(x-2)(x+2) = 0$	0,25
		TH1: $x-3=0$ suy ra $x=3$ TH2: $x-2=0$ suy ra $x=2$ TH3: $x+2=0$ suy ra $x=-2$ Vậy phương trình có nghiệm $x \in \{3; \pm 2\}$	0,25
	c. (0,5 điểm)	$4x(3x-1) \geq 3(2x+5)^2 - 11$ $12x^2 - 4x \geq 3(4x^2 + 20x + 25) - 11$ $12x^2 - 4x \geq 12x^2 + 60x + 75 - 11$	0,25
		$-64x \geq 64$ $x \leq -1$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq -1$	0,25
Câu IV (3,5 điểm)	IV.1 (0,5 điểm)	Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\sin C = \frac{AB}{BC}$	0,25
		Suy ra $\sin C = \frac{0,5}{6}$	0,25
		Tính được $\widehat{C} \approx 5^\circ$ Vậy đường lên dốc tạo với phương nằm ngang một góc khoảng 5°	0,25
	IV.2a (1,5 điểm)		
		Gọi M là trung điểm của AO. Vì AB là tiếp tuyến của (O) nên $AB \perp OB$. Suy ra $\widehat{ABO} = 90^\circ$ Do đó $\triangle ABO$ vuông tại B.	0,5
		$\triangle ABO$ vuông tại B có BM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AO nên $BM = \frac{AO}{2}$, suy ra $MA = MB = MO$ (1).	0,25
		Do $OH \perp AC$ suy ra $\widehat{OHA} = 90^\circ$ suy ra $\triangle OAH$ vuông tại H. $\triangle OAH$ vuông tại H có HM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AO nên $HM = \frac{AO}{2}$ suy ra $MA = HM = MO$ (2).	0,5
		Từ (1) và (2) suy ra $MA = MB = MH = MO$ nên A, B, O, H cùng thuộc đường tròn tâm M, đường kính AO (đpcm).	0,25
		Xét $\triangle OHC$ và $\triangle ABC$ có:	0,5

