

Bài 1. (1,0 điểm). Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} - \sqrt{128} : \sqrt{8}$

b) $\frac{2}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$

Bài 2. (1,0 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $(2x+4)(x-\sqrt{2})=0$

b) $\sqrt{x^2+4x+4}=3$

Bài 3. (2,0 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

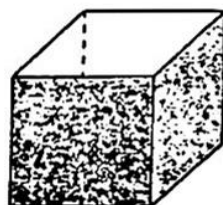
c) Tìm số tự nhiên x lớn nhất thỏa mãn $A-B < \frac{5}{2}$.

Bài 4. (0,5 điểm). Trong một thí nghiệm, một vật rơi tự do từ độ cao 200 m so với mặt đất. Biết quãng đường dịch chuyển được của vật đó tính theo đơn vị mét được cho bởi công thức $h = 5t^2$ với t là thời gian vật đó rơi, tính theo đơn vị giây ($t > 0$). Hỏi sau bao nhiêu lâu kể từ lúc rơi thì vật đó chạm đất? (làm tròn kết quả đến 0,1 giây).

Bài 5. (0,5 điểm). Người ta cần làm một thùng có dạng hình lập phương bằng bìa cứng không có nắp trên và có thể tích 512 dm³ để đựng đồ.

a) Tính độ dài cạnh của thùng đó.

b) Tính diện tích bìa cứng cần dùng để làm thùng (coi diện tích các mép nối là không đáng kể).



Bài 6. (2,0 điểm).

a) (1,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 12 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ và người thứ hai làm trong 2 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

b) (0,5 điểm) Một công ty gạo nhập vào kho 680 tấn. Mỗi ngày bán đi 20 tấn (Theo đơn đặt hàng). Gọi x ($x \in \mathbb{N}^*$) là số ngày bán gạo của công ty đó.

i) Viết biểu thức biểu thị số gạo còn lại trong kho sau x ngày bán.

ii) Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì khối lượng gạo còn lại trong kho không vượt quá 80 tấn.

Bài 7. (2,5 điểm).

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ và một điểm M tùy ý trên đường tròn (M khác A, B). Các tiếp tuyến của (O) tại A và M cắt nhau tại C.

a) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OC. Chứng minh rằng bốn điểm: C, M, O, A cùng thuộc đường tròn tâm I đường kính OC;

b) Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, cắt tia CM tại D. Chứng minh rằng $MB \perp OD$ và $MB \parallel OC$;

c) Gọi K là giao điểm của OD với (O). Chứng minh rằng BK là tia phân giác của $\widehat{MBD}$ (0,25 điểm)

d) Giả sử tứ giác OMKB là hình thoi. Chứng minh rằng A, I, K thẳng hàng. (0,25 điểm)

Bài 8. (0,5 điểm).

Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 10000 quả bóng pickleball. Công ty này sở hữu một số máy làm bóng giống nhau, mỗi máy có thể sản xuất 40 quả bóng trong một giờ. Chi phí để thiết lập một máy là 200 nghìn đồng. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 180 nghìn đồng một giờ (người này sẽ giám sát tất cả các máy hoạt động). Hỏi công ty nên sử dụng bao nhiêu máy để chi phí sản xuất là thấp nhất?