

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=4 \\ x+2y=m \end{cases}$ với m là tham số. Tìm m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $2x_0 + y_0 = 7$.

- A. $m = 5$. B. $m = 8$. C. $m = 7$. D. $m = 2$.

Câu 2. Biểu thức $\frac{2024}{\sqrt{x}-2025}$ xác định khi

- A. $x \geq 2025$. B. $x < 2025$. C. $x \leq 2025$. D. $x > 2025$.

Câu 3. Một hãng taxi có giá cước (giá tiền khách hàng phải trả cho mỗi km) được tính theo các mức như sau:

Mức 1: Giá mở cửa cho 1 km đầu tiên là 20 000 đồng;

Mức 2: Từ trên 1 km đến 25 km;

Mức 3: Từ trên 25 km.

Biết rằng bác Khánh đi 31 km phải trả cho hãng taxi đó số tiền là 467 000 đồng, cô Hồng đi 45 km phải trả cho hãng taxi đó số tiền là 642 000 đồng. Hỏi nếu bác Minh đi 24 km thì phải trả cho hãng taxi đó bao nhiêu tiền?

- A. 467 500 đồng. B. 367 500 đồng. C. 376 500 đồng. D. 365 500 đồng.

Câu 4. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ tiếp xúc ngoài với nhau. Biết $OO' = 15$ cm và $R' = 5$ cm. Khi đó

- A. $R = 3$ cm. B. $R = 10$ cm. C. $R = 75$ cm. D. $R = 20$ cm.

Câu 5. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 6 = 0$ bằng

- A. 7. B. -6. C. 6. D. -7.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào sau đây là điểm chung của đường thẳng $y = 6x - 9$ và parabol $y = x^2$?

- A. $P(2; 3)$. B. $Q(-3; -27)$. C. $N(-2; -21)$. D. $M(3; 9)$.

Câu 7. Kết quả của phép tính $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$ bằng

- A. 100. B. 10. C. 25. D. 5.

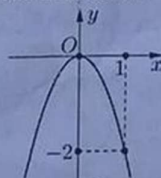
Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\cos C = \frac{AB}{BC}$. B. $\cos C = \frac{AC}{BC}$. C. $\cos C = \frac{AC}{AB}$. D. $\cos C = \frac{AB}{AC}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$ cm và $AC = 4$ cm. Độ dài cạnh BC bằng

- A. 7 cm. B. 25 cm. C. 5 cm. D. 1 cm.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ sau?



- A. $y = 3x - 5$. B. $y = -2x^2$. C. $y = -x - 1$. D. $y = 2x^2$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 9x + 12$. Hệ số góc của đường thẳng (d) là

- A. 12. B. -12. C. 9. D. -9.

Câu 12. Căn bậc hai số học của 16 bằng

- A. 8. B. 4. C. 256. D. 2.

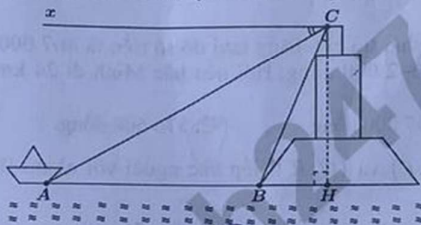
Câu 13. Biết hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x + 4y = 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là $(x_0; y_0)$. Giá trị của biểu thức

- $x_0 + y_0$ bằng
A. 4. B. 6. C. -6. D. -4.

Câu 14. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + ay = 9 \\ bx + y = 8 \end{cases}$ với a, b là tham số. Biết hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (1; 3)$. Giá trị của biểu thức $a - b$ bằng

- A. -7. B. 7. C. 3. D. -3.

Câu 15. Một người quan sát từ vị trí C của một ngọn hải đăng cách một khoảng $CH = 80$ m so với mực nước biển, nhìn điểm A (vị trí chiếc thuyền) dưới một góc so với phương ngang là $\widehat{ACx} = 15^\circ$ và nhìn điểm B (chân ngọn hải đăng) dưới một góc so với phương thẳng đứng là $\widehat{BCH} = 10^\circ$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Khoảng cách từ A đến B là bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

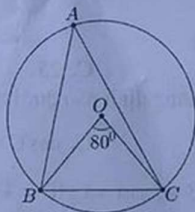


- A. 284,5 m. B. 283,5 m. C. 283,4 m. D. 282,4 m.

Câu 16. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (1 - \sqrt{3})x$. B. $y = 3x - 1$. C. $y = -2x + 7$. D. $y = -x + 5$.

Câu 17. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O , biết $\widehat{BOC} = 80^\circ$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số đo $\widehat{BAC}$ bằng



- A. 80° . B. 40° . C. 100° . D. 160° .

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = 4\sqrt{2}$ cm. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. 8 cm. B. $8\sqrt{2}$ cm. C. 4 cm. D. $2\sqrt{2}$ cm.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = -2x + 1$?

- A. $Q(1; 1)$. B. $P(2; 5)$. C. $N(-2; 5)$. D. $M(-1; -3)$.

Câu 20. Với $x < 1$, ta có $P = 2 - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ bằng

- A. $1 + x$. B. $3 - x$. C. $1 - x$. D. $3 + x$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x-2y=5 \\ 2x+7y=-1 \end{cases}$$

b) Rút gọn biểu thức
$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{x-1}{x+2\sqrt{x+1}}$$
 với $x > 0$ và $x \neq 1$.

c) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(2;5)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Tìm các hệ số a và b .

Câu 2 (1,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x - 4m - 8 = 0$ (1), m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^3 - 4x_1 = x_2^3 - 4x_2$.

Câu 3 (1,0 điểm). Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 840 chiếc áo đồng phục cho một trường Trung học phổ thông trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đó đã may được nhiều hơn 5 chiếc áo so với số chiếc áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đó đã hoàn thành kế hoạch trước 4 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng đó phải may bao nhiêu chiếc áo đồng phục? (Biết số chiếc áo may được trong mỗi ngày là như nhau).

Câu 4 (2,0 điểm). Cho đường tròn (O) và hai điểm phân biệt B, C nằm trên đường tròn (O) (BC không là đường kính của đường tròn (O)). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại D .

a) Chứng minh tứ giác $OBDC$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Đường thẳng DO cắt BC tại E , cắt đường tròn (O) tại A sao cho O nằm giữa A và E . Kẻ CH vuông góc với AB tại H . Gọi F là trung điểm của đoạn thẳng CH , M là giao điểm của đường thẳng AF với đường tròn (O) (M khác A). Chứng minh E là trung điểm của đoạn thẳng BC và EM vuông góc với MC .

c) Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng CM và AD . Chứng minh $\frac{CM \cdot DE}{OE \cdot MN} = 4$.

Câu 5 (0,5 điểm). Cho hai số dương x, y thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 + (x+y)^3}} + \frac{y^2}{2x(x+2y)}$$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO 10 NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN TOÁN – BẮC GIANG – MÃ 102

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

I. TRẮC NGHIỆM

1.A	2.D	3.C	4.B	5.C	6.D	7.B	8.B	9.C	10.B
11.C	12.B	13.A	14.D	15.A	16.B	17.B	18.C	19.C	20.A

II. TỰ LUẬN

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=5 \\ 2x+7y=-1 \end{cases}$.

b) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{x-1}{x+2\sqrt{x}+1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

c) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(2;5)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Tìm các hệ số a và b .

Cách giải:

a) $\begin{cases} x-2y=5 \\ 2x+7y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4y=10 \\ 2x+7y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -11y=11 \\ x=2y+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=3 \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm $(x, y) = (3, -1)$

b) $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{x-1}{x+2\sqrt{x}+1}$

ĐKXD: $x > 0$ và $x \neq 1$.

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right) : \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)^2} \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Vậy $P = \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

c) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(2;5)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Tìm các hệ số a và b .

Do $y = ax + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 nên thay $x = 0, y = 3$ ta có

$$3 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 3 \Rightarrow y = ax + 3$$

Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(2; 5)$ nên thay $x = 2, y = 5$ được

$$5 = 2a + 3 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{Vậy } a = 1, b = 3$$

Câu 2 (1 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x - 4m - 8 = 0 (1)$, m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$x_1^3 - 4x_1 = x_2^3 - 4x_2.$$

Cách giải:

a) Với $m = 0$, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) + 2(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=4 \end{cases}$$

Vậy với $m = 0$, phương trình (1) có tập nghiệm là: $S = \{-2; 4\}$.

$$\text{b) Ta có: } \Delta' = (m+1)^2 + 4m + 8 = m^2 + 6m + 9 = (m+3)^2$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m \neq -3$.

$$\text{Khi đó theo hệ thức Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = -4m - 8 \end{cases} \quad (2)$$

Ta có:

$$x_1^3 - x_2^3 - 4x_1 + 4x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) - 4(x_1 - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 4 = 0 \quad (\text{do } x_1 \neq x_2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 - 4 = 0 \quad (3)$$

Thay (2) vào (3) ta được:

$$4(m+1)^2 + 4m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 + m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -1 \end{cases} \quad (TMĐK)$$

Vậy $m = -2$ hoặc $m = -1$.

Câu 3 (1 điểm).

Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 840 chiếc áo đồng phục cho một trường Trung học phổ thông trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đó đã may được nhiều hơn 5 chiếc áo so với số chiếc áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đó đã hoàn thành kế hoạch trước 4 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng đó phải may bao nhiêu chiếc áo đồng phục? (Biết số chiếc áo may được trong mỗi ngày là nhue nhau).

Cách giải:

Gọi $x (x \in \mathbb{N}^*, x < 840)$ là số áo xưởng đó may trong một ngày theo dự kiến.

Số ngày phải may theo dự kiến là: $\frac{840}{x}$ ngày

Số áo thực tế một ngày may là: $x + 5$ (chiếc)

Số ngày may thực tế là: $\frac{840}{x+5}$ (ngày)

Vì xưởng đó đã hoàn thành kế hoạch trước 4 ngày nên ta có: $\frac{840}{x} - \frac{840}{x+5} = 4$

$$\Leftrightarrow \frac{840(x+5)}{x(x+5)} - \frac{840x}{x(x+5)} = \frac{4x(x+5)}{x(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow 840x + 4200 - 840x = 4x^2 + 20x$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 20x - 4200 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 30(tm) \\ x_2 = -35(ktm) \end{cases}$$

Vậy theo dự kiến mỗi ngày xưởng đó may 30 chiếc áo.

Câu 4 (2 điểm).

Cho đường tròn (O) và hai điểm phân biệt B, C nằm trên đường tròn (O) (BC không là đường kính của đường tròn (O)). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại D .

a) Chứng minh tứ giác $OBDC$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Đường thẳng DO cắt BC tại E , cắt đường tròn (O) tại A sao cho O nằm giữa A và E . Kẻ CH vuông góc với AB tại H . Gọi F là trung điểm của đoạn thẳng CH , M là giao điểm của đường thẳng AF với đường tròn (O) (M khác A). Chứng minh E là trung điểm của đoạn thẳng BC và EM vuông góc với MC .

c) Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng CM và AD . Chứng minh $\frac{CM \cdot DE}{OE \cdot MN} = 4$.

Cách giải:

Mà hai góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác OBDC nội tiếp

$$OB = OC = R$$

Do E, F lần lượt là trung điểm của BC và CH nên EF là đường trung bình của tam giác CBH

Ta có $EF \parallel AB \Rightarrow \angle EFM = \angle BAM$ (đồng vị)

$\Rightarrow E, F, C, M$ cùng thuộc một đường tròn

Vây EM vuông góc với MC

$$\text{Mà } \angle NCE = \angle MBD = \frac{1}{2} sd MB \Rightarrow \angle MBD = \angle NEM$$
$$\Rightarrow \angle MDE = \angle MBE \text{ (cùng chắn ME)}$$

$$\angle MBE = \angle MCD \left(= \frac{1}{2} sd CM \right) \Rightarrow \angle MDE = \angle MCD$$

$$\Rightarrow \Delta NMD \sim \Delta NDC \Rightarrow DN^2 = NM.NC$$

Mà $EN^2 = NM.NC \Rightarrow EN = ND$

Xét $\triangle ECN$ vuông tại E, đường cao EM có
$$\begin{cases} EC^2 = CM \cdot CN \\ EN^2 = MN \cdot CN \end{cases} \Rightarrow \frac{CM}{MN} = \frac{EC^2}{EN^2} = \frac{EC^2}{\left(\frac{DE}{2}\right)^2} = \frac{4EC^2}{DE^2}$$

Tương tự ta có $\begin{cases} OC^2 = OE \cdot OD \\ CD^2 = DE \cdot OD \end{cases} \Rightarrow \frac{OE}{DE} = \frac{OC^2}{CD^2} = \frac{EC^2}{DE^2} \text{ (do } \triangle DEC \sim \triangle DCO)$

$$\Rightarrow \frac{CM}{MN} = \frac{4OE}{DE} \Leftrightarrow \frac{CM.DE}{MN.OE} = 4 \text{ (đpcm)}$$

Câu 5 (0,5 điểm).

Cho hai số dương x, y thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 + (x+y)^3}} + \frac{y^2}{2x(x+2y)}$.

Cách giải:

$$\begin{aligned} P &= \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 + (x+y)^3}} + \frac{y^2}{2x(x+2y)} \\ x^3 + (x+y)^3 &= (2x+y)(x^2 - x(x+y) + (x+y)^2) = (2x+y)(x^2 + xy + y^2) \\ \Rightarrow \sqrt{x[x^3 + (x+y)^3]} &= \sqrt{x(2x+y)(x^2 + xy + y^2)} \\ &\leq \frac{x(2x+y) + (x^2 + xy + y^2)}{2} = \frac{2x^2 + (x+y)^2}{2} \\ &\leq \frac{2x^2 + 2x^2 + 2y^2}{2} = 2x^2 + y^2 \\ \Rightarrow \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 + (x+y)^3}} &= \frac{x^2}{\sqrt{x[x^3 + (x+y)^3]}} \geq \frac{x^2}{2x^2 + y^2} \\ \Rightarrow P &= \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 + (x+y)^3}} + \frac{y^2}{2x(x+2y)} \\ &\geq \frac{x^2}{2x^2 + y^2} + \frac{y^2}{2x^2 + 4xy} \\ &\geq \frac{x^2}{2x^2 + y^2} + \frac{y^2}{2x^2 + 2x^2 + 2y^2} = \frac{2x^2 + y^2}{2(2x^2 + y^2)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Đấu “=” xảy ra khi $x = y$

--- HẾT ---